



İ.T.Ü.

Elektrik - Elektronik Fakültesi

Kontrol Mühendisliği

KON314

Kontrol Sistem Tasarımı

Ödev #1

Birol Çapa-040060450

Doç. Dr. Mehmet Turan Söylemez

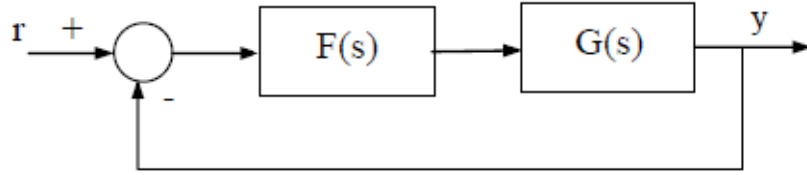
23.03.2009

1.a.Amaç

Transfer fonksiyonu $G_s = \frac{3.2 + n_0}{s^2 + (3.5 + 0.3 n_1) s + 4 + 0.2 n_0}$ şeklinde verilen bir sistem

(n_1 ve n_0 öğrenci numaranızın son iki basamağını göstermek üzere*) kapalı çevrimde ileri yol üzerine konulan bir kontrolör ile kontrol edilmek istenmektedir. (bkz Şekil 1).

Kapalı çevrim sistemin birim basamak cevabının %3 aşım yapmasını sağlayan P tipi bir kontrolörü $F(s) = K_p$ bulun. Bu durumda sürekli hal hatası ve %2'lik bant için yerleşme zamanı ne olacaktır?



(Şekil 1)

Örneğin öğrenci numarası 12 ile biten bir öğrenci $n_1=1$ ve $n_0=2$ seçmelidir.

2. a.Tasarım

Matematica ile Tasarım:

```
AppendTo[$Path,"P:\\Muhendis\\Mathematica\\macybox"];
```

```
<<Control`
```

$$G_s = \frac{3.2 + n_0}{s^2 + H3.5 + 0.3 n_1 L s + 4 + 0.2 n_0}$$

Şeklinde sistem tanımlansın.

Öğrenci numaram 50 ile bittiğinden $n_1=5$, $n_0=0$ olmak üzere

$$\frac{3.2}{4 + 5. s + s^2}$$

Şeklinde bir transfer fonksiyonu elde edilmiş olur

$$F = K_p$$

Kontrolörün ifadesi olmak üzere ileri yol ifadesi

$$L=F G_s$$

$$\frac{3.2 K_p}{4 + 5. s + s^2}$$

olacaktır.

Buradan hareketle kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T = \frac{L}{1 + L} E$$

Şeklinde ifade edilebilir.

$$\frac{3.2 K_p}{4. + 5. s + s^2 + 3.2 K_p}$$

Yukarıdaki gibi elde edilen sisteme ait karakteristik polinom

Denominator[T]

$$4. + 5. s + s^2 + 3.2 K_p$$

olacaktır.

Soruda aşım %3 olsun denmiş, bu yüzden

$$A_{sim} = 0.03;$$

$$desired = \frac{-\log(A_{sim})}{2 + \log(A_{sim})^2}$$

Hesabından

beklenen sönüm oranı

$$desired = 0.744804$$

Olacaktır.

Buna uygun bir karakteristik polinom elde etmek için

$$pds = s^2 + 2 \zeta \omega_n s + \omega_n^2 \hat{e}. \quad desired$$

İfadesinde sönüm oranı yerine konur.

$$s^2 + 1.48961 s \omega_n + \omega_n^2$$

Bu ifade kıstasları sağlamak için aranan karakteristik polinomdur.

Bu polinom ile sistemin karakteristik polinomu eşitlenirse

`sol=Solve[CoefficientList[pcs,s] CoefficientList[pds ,s]]`

$88K_p \quad 2.27084, \quad w_n \quad 3.35659 <<$

çıkacaktır.

Kontrolör K_p katsayısı

$K_p = 2.27084$

çıkarken, doğal frekans

$w_n = 3.35659$

çıkıştır.

Buradan oturma zamanı hesaplanacak olursa

$$\text{setttime} = \frac{4}{\text{desired } w_n} \hat{e} \cdot \text{sol}@@1DD$$

Yerleşme zamanı=1.6

çıkacaktır

Bu değerlere göre elde edilecek transfer fonksiyonu

`AchievedTs=T/.sol[[1]]`

$$\frac{7.2667}{11.2667 + 5. s + s^2}$$

Şeklinde olacaktır

Zaman karakteristiğine bakacak olursak

`TimeDomainCharacteristics[AchievedTs,ShowMessages□True]`

Settling Time (Ts) : 1.72129 sec

Overshoot Time (Tp): 1.40207 sec

Overshoot : 0.0299999

Delay Time (Td) : 0.438147 sec

Rise Time (Tr) : 0.675998 sec

Sürekli hal hatası ise

SteadyStateError[AchievedTs]

-0.355029'dir

Sürekli Hal Hatası şöyle de hesaplanabilir:

$$y_{ss} = \text{AchievedTs} \hat{e} \cdot s \quad 0$$

0.644971

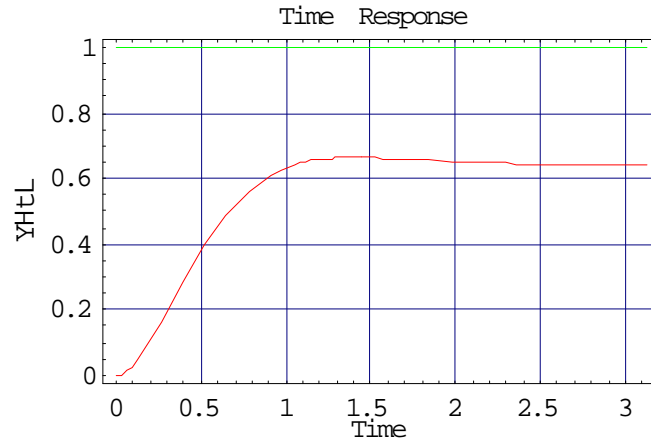
$$e_{ss} = \text{Simplify}@1 - y_{ss}D,$$

0.355029

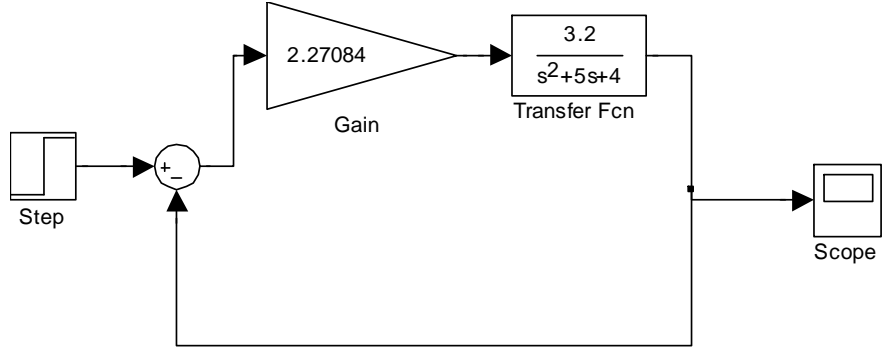
3. a. Simülasyon

Simülasyon sonuçlarına bakıldığında Bu sistemin birim basamak cevabı

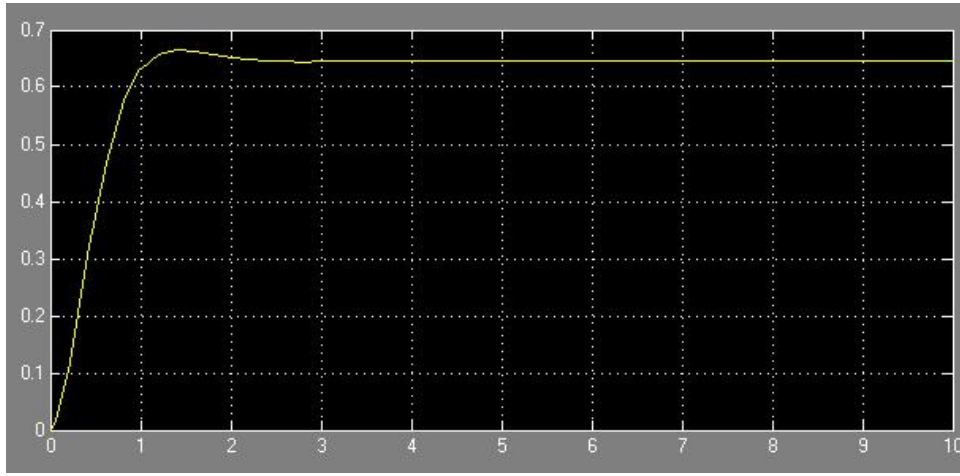
Step[AchievedTs];



Aynı sistemin MATLAB simülasyonunda



Çıkış Mathematica'daki ile aynıdır.



4. a.Sonuç

Sonuç olarak,

İstenilen aşım %3 ile bulunan aşım $0.0299999 \cdot 100$ hesabından

% 3 olmuştur.

Buna karşın yerleşme zamanı ise 1.6 hesaplanmışken

1.72129 olarak bulunmuştur.

Sistemin Sürekli Hal Hatası ise

0.355029 olarak hesaplanmıştır.

1. b.i.ii.iii.Amaç

Kapalı çevrim sistemin birim basamak cevabında %3 aşım sağlayan ancak Sonuç 1.a başlıklı sonuçta elde edilen yerleşme zamanını yarıya indiren bir faz ilerlemeli

kontrolör tasarlanmak isteniyor:
$$F(s) = K \frac{s + z_1}{s + p_1}$$

i. Uygun K, z1 ve p1 katsayıları belirleyiniz. Bu belirlemeyi yaparken tasarımdaki serbest parametreyi baskın olmayan kutup ile kapalı çevrim sıfırını uygun konumlandırarak şekilde seçiniz.

ii. Bu durumda kapalı çevrim sistemde elde edilen gerçek aşım ve yerleşme zamanını Matlab veya Mathematica kullanarak belirleyiniz. Elde ettiğiniz sonuçları yorumlayınız.

iii. Bulduğunuz kontrolör için kapalı çevrim sistemin birim basamak girişte sürekli hal hatası ne olmaktadır?

2.b. i.ii.iii.Tasarım

```
AppendTo[$Path, "P:\\Muhendis\\Mathematica\\macsybox"];
```

```
<<Control`
```

Öğrenci numaram 50 ile bittiğinden

$$n_1 = 5$$

$$n_0 = 0$$

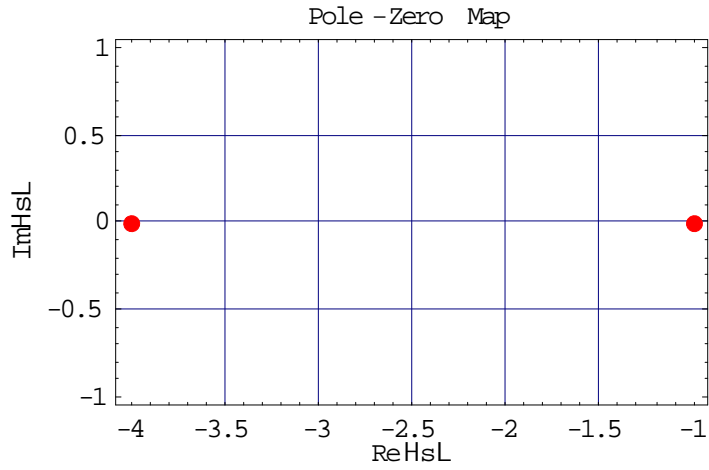
Sistem

$$G(s) = \frac{3.2 + n_0}{s^2 + H3.5 + 0.3 n_1 L s + 4 + 0.2 n_0}$$

$$\frac{3.2}{4 + 5. s + s^2}$$

Sistemin Kutupları

```
pzm=PoleZeroMap[Gs]
```

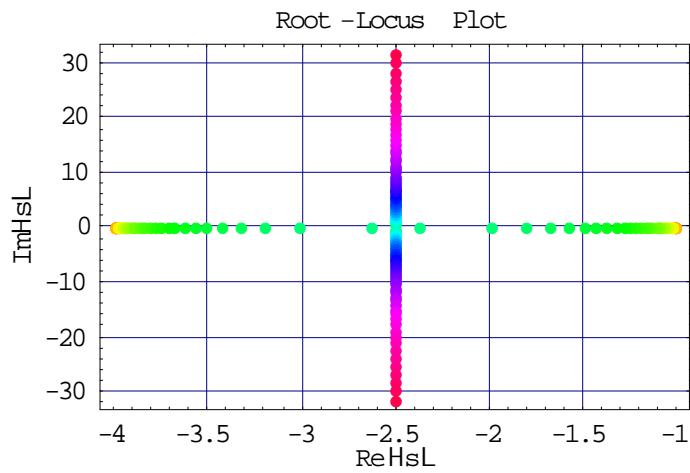


PolesZeros[Gs]

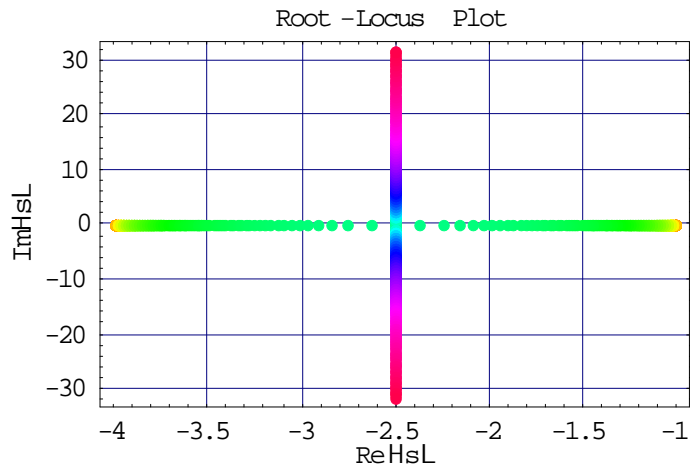
`{{-4., -1.}, {}}`

Sisteme ait kök eğrisi

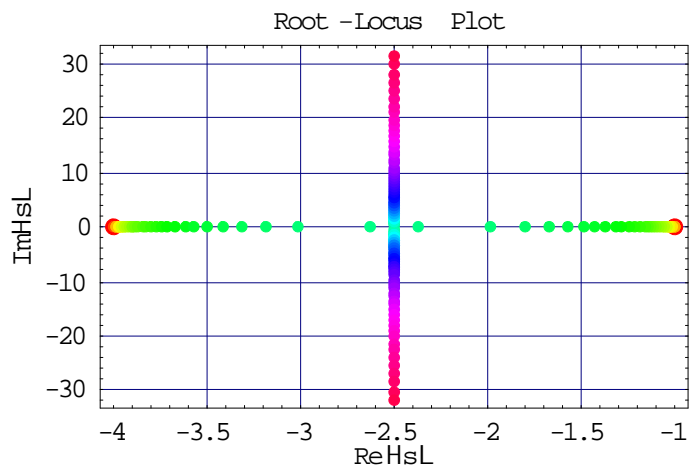
RootLoci[Gs]



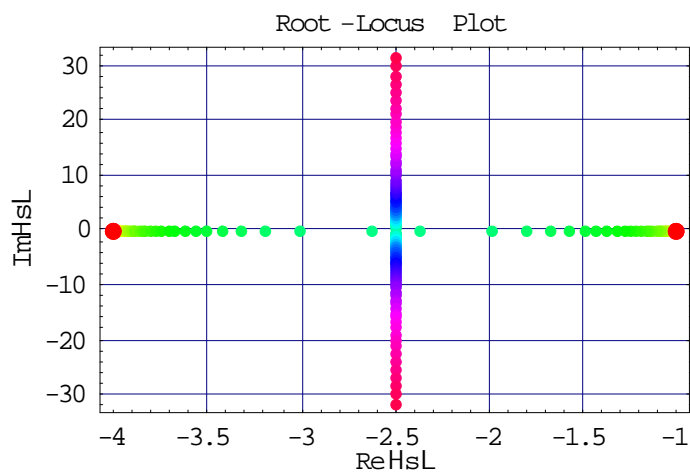
RootLoci[Gs, KRange {-2, 2.5, 0.01}]

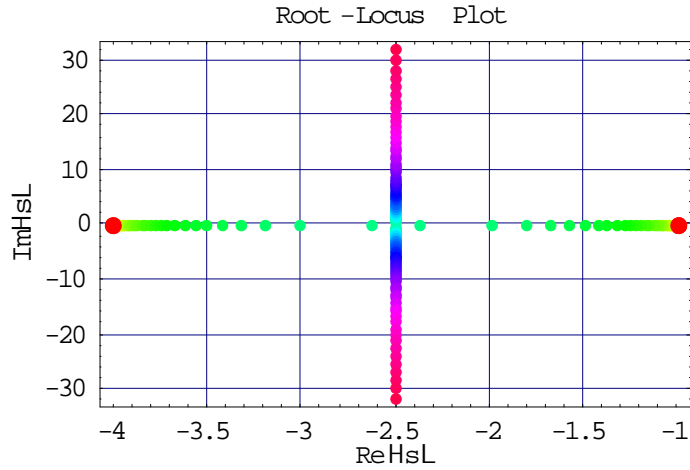


```
r1=RootLoci[Gs,JoinGraphics {pzm}]
```



```
Show[{r1,pzm}]
```





Kontrolör ifadesi

$$F_s = K \frac{s + z_1}{s + p_1}$$

$$\frac{K H s + z_1 L}{s + p_1}$$

Aşım %3 olarak verilmiş

Asim=0.03;

Buradan :

$$\text{desired} = \frac{-\text{Log@AsimD}}{e^{\frac{\text{Log@AsimD}^2}{2}} + \text{Log@AsimD}^2}$$

0.744804

çıklar.Yerleşme zamanı ise bir önceki yerleşme zamanının:

SettlingTime=1.7212901223883845`

1.72129

yarısı olarak verilmiş

targetSettlingTime=SettlingTime/2

0.8606450611941923`

Buradan w_n

clst1 = CoefficientList@p_{fazil}, sD

84. $\dot{p}_1 + 3.2 \cdot K z_1, 4. \dot{+} + 3.2 \cdot K + 5. \dot{p}_1, 5. \dot{+} + p_1, 1 <$

clst2 = CoefficientList@p_{istenen}, sD

{38.9393 a, 38.9393+9.29535 a, 9.29535+a, 1}

ve bu çözüm eklenen a kutbunu serbest parametre olarak kabul edilerek verilirse

sol2 = Solve@clst1 clst2, 8K, p₁, z₁<D

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{-2.9248788731302004 \cdot a^{23} + 5.947896937521918 \cdot a^{23}}{2.2917983461091674 \cdot a^{23} + 7.312197182825503 \cdot a^{22}} \\ p_1 &= 2.3627327300599356 \cdot a^{-8} H1.81795992 \cdot a^8 + 4.2323873 \cdot a^7 aL, \\ K &= 3.671394262153036 \cdot a^{-24} H1.1458991730545838 \cdot a^{24} + 3.6560985914127515 \cdot a^{23} aL== \end{aligned}$$

şeklinde çözüm bulunur.

Bu çözümler serbest “a” parametresine bağlı olarak değişmektedir.

“a” yerine öyle bir sayı konmalıdır ki, %3’lük aşım olsun ve yerleşme zamanı yarıya insin:

Her şeyden evvel bu “a” kutbu baskın olmayan bölgede olsun ve kapalı çevrim sistem sıfırının etkisini gidersin.

O halde a z₁ sıfırının etkisini giderecek şekilde konumlanmalıdır. Yani z₁ köküne çok yakın olmalı aynı zamanda bu iki değer baskın kutup bölgesinde olmamalıdır.

Bu açıdan bakıldığında a=1 civarındayken z₁’nin de ona çok yaklaştığını veya a=4 civarındayken z₁’ in yine ona çok yaklaştığı a ve z₁’ in a’ya bağlı ifadesinden görülebilir.

a=1 deyip tasarım yapmak kutbu ve sıfırı bu sistem için baskın kutup olan -1 in çok yakınına hatta tam üstüne koymak anlamına gelecektir.

Kaldı ki a=1 gibi bir ifade K’yı küçültecek sürekli hal hatası ifadesinde 1/1+G_c(s)G(s) ifadesindeki G_c(s) i küçültecek ve sürekli hal hatasının artmasına neden olacaktır. Bu da sistemi daha iyi kontrol edebilmek amacı ile geliştirilen kontrolör fikrine ters düşecektir.

Ancak a=4 ifadesinde K ifadesi daha büyük olacağından sürekli hal hatası üsttekine göre çok daha azalacaktır.

a=4 civarında için denklem çözülecek olursa

Bir kutup ve bir sıfır tam olarak -4 civarında yer alacaklardır.

$$\text{sol3}=\text{sol2}/.a \ 4$$

$$88z_1 \ 4., p_1 \ 8.29535, K \ 9.57624 \ll$$

$$88z_1 \ 3.9999999999999999\`, p_1 \ 8.295353404921142\`, K \ 9.576239405109936\` \ll$$

Böylece sol yarı düzlemde serbest atanan kutup ile sistem sıfırı etkisi yok edilebilir

Bu çözüme göre Kontrolör, Açık ve Kapalı çevrim Transfer fonksiyonları

yeniden düzenlenirse

F_s

$$\frac{K H s + z_1 L}{s + p_1}$$

$$F_{\text{bulunan}} = F_s / .\text{sol3}[[1]]$$

$$\frac{9.576239405109936\` H 3.9999999999999999\` + s L}{8.295353404921142\` + s}$$

$$L_{\text{bulunan}} = L / .\text{sol3}[[1]]$$

$$\frac{30.643966096351797\` H 3.9999999999999999\` + s L}{H 8.295353404921142\` + s L H 4 + 5.\` s + s^2 L}$$

$$T_{\text{bulunan}} = T_{\text{fazil}} \hat{e} . \text{sol3}@\text{1DD}$$

$$\frac{122.57586438540716\` + 30.643966096351797\` s}{155.75727800509173\` + 76.12073312095751\` s + 13.295353404921142\` s^2 + s^3}$$

Açık Çevrim sistem kutup ve sıfırları

PolesSISO[Lbulunan]

$$\{-8.29535, -4., -1.\}$$

ZerosSISO[Lbulunan]

$$\{-4.\}$$

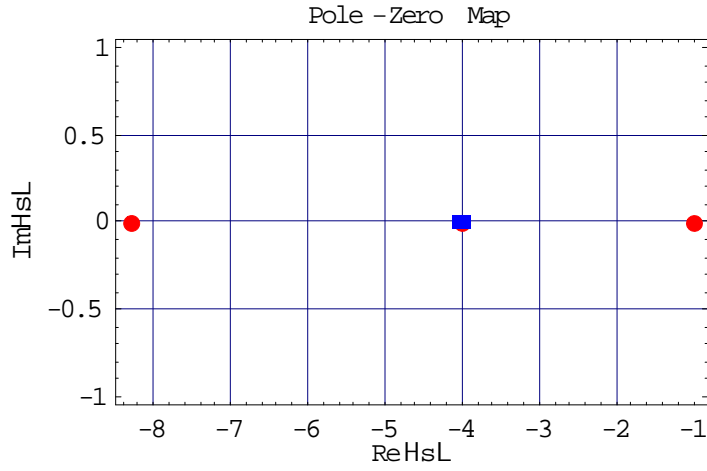
Kapalı Çevrim sistem kutup ve sıfırları

PolesZeros[Tbulunan]

$$\{\{-4.64768-4.16394 \text{ ä}, -4.64768+4.16394 \text{ ä}, -4.\}, \{-4.\}\}$$

Sıfır Kutup Haritasından da bakıldığında

```
pzm2=PoleZeroMap[Lbulunan]
```

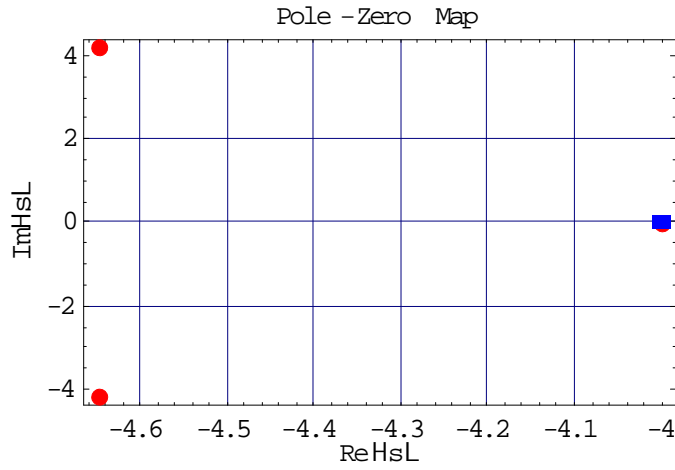


Sıfır Kutup Haritasından da bakıldığında

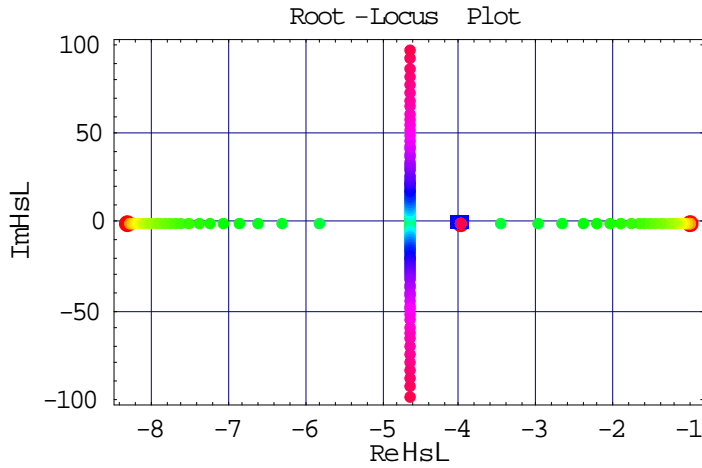
Kapalı çevrimde sıfır kutup götürmesi olduğu ve böylece

karmaşık köklerin baskın kutuplar haline geldiği görülebilir

```
pzm3=PoleZeroMap[Tbulunan]
```



```
rLoci=RootLoci[Lbulunan,JoinGraphics {pzm2}]
```



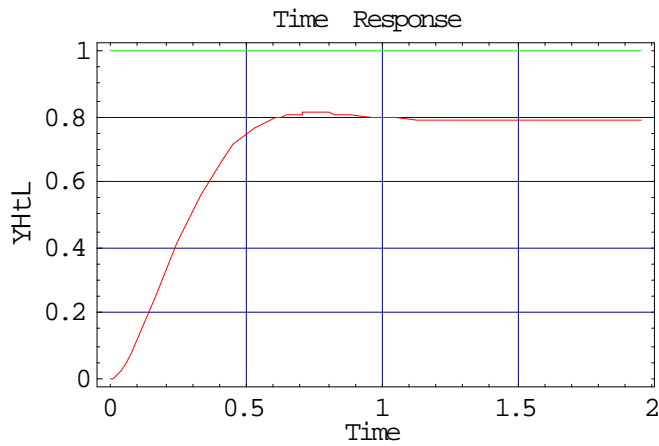
Kapalı çevrim transfer fonksiyonundan hareketle

Tbulunan

$$\frac{122.57586438540716^{\wedge} + 30.643966096351797^{\wedge} s}{155.75727800509173^{\wedge} + 76.12073312095751^{\wedge} s + 13.295353404921142^{\wedge} s^2 + s^3}$$

Kapalı çevrim sistemin birim basamak cevabı

Step[Tbulunan]



Zaman bölgesi analizi:

TimeDomainCharacteristics[Tbulunan, ShowMessages True]

Reducing tmax to 1.01986

Settling Time (Ts) : 0.927057 sec

Overshoot Time (Tp): 0.7547 sec

Overshoot : 0.03

Delay Time (Td) : 0.234569 sec

Rise Time (Tr) : 0.364092 sec

{0.03,0.7547,0.927057,0.234569,0.364092}

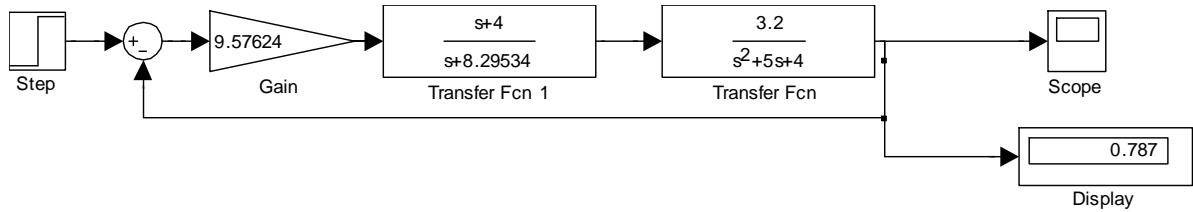
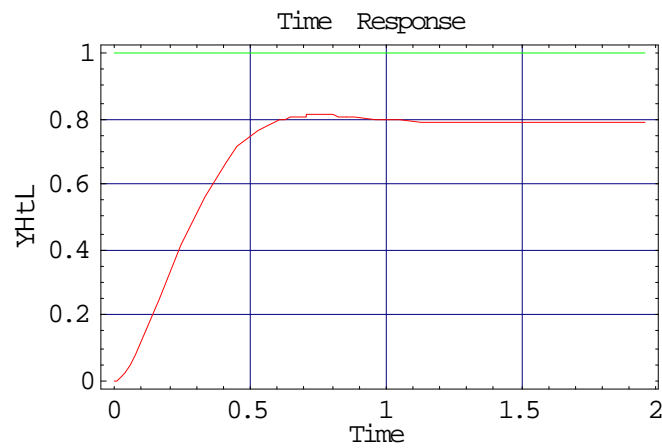
Sürekli Hal Hatası

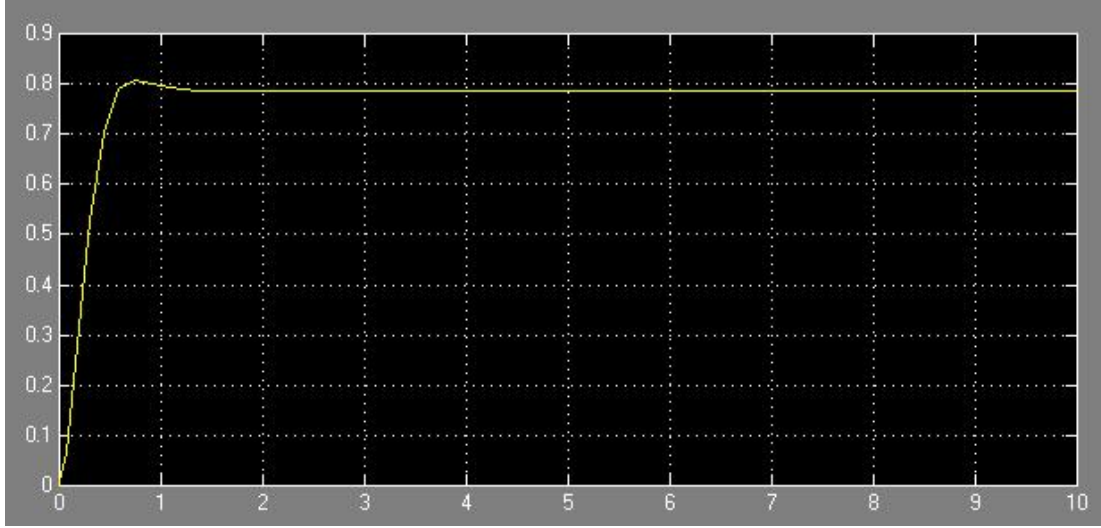
SteadyStateError[Tbulunan]

-0.213033

3. b. .i.ii.iii.Simülasyon

Step[Tbulunan]





4. b. .i.ii.iii.Sonuç

Tasarımın yerleşme zamanı,

bir önceki seçenekte elde edilen yerleşme zamanının yarısı yani %50'si olmalıydı

$$\frac{0.927057}{1.72129} \quad 100$$

53.8583

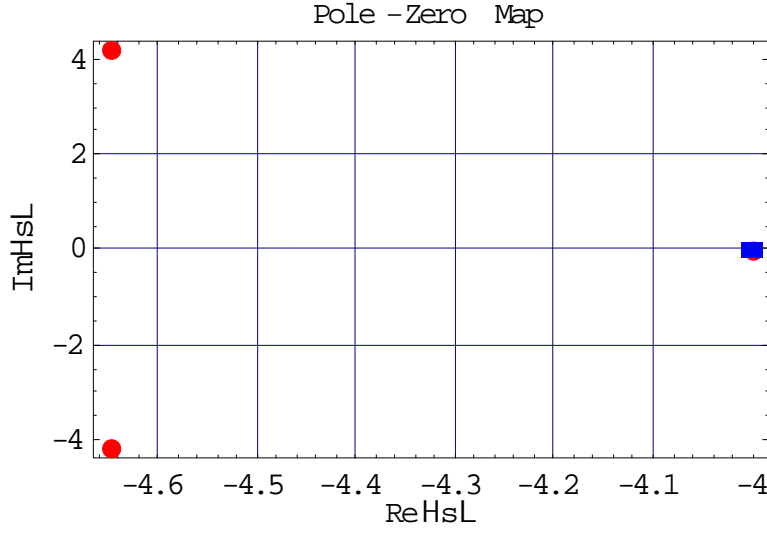
Burada bir önceki seçenekte elde edilen yerleşme zamanının %53'ü çıkmıştır.

İstenilen değere hayli yakın

Aşım ise %3 istenmektaydı. Yapılan sistemde aşım 0.03 yani %3 çıkmıştır.

Tasarım sonucu istenen değer ile aynı çıkmıştır.

Sürekli hal hatası ise 0.213033 çıkmıştır. Bir önceki tasarımda 0.355029 çıkmış idi. Tasarım sürekli hal hatasını da iyileştirmiştir.



Aşımın aynı olmasının nedeni, tasarımda bu aşımı sağlayan köklerin baskın kutup bölgesinde olmasından kaynaklanır. (Kutup-Sıfır götürmesi nedeni ile)

Burada dikkat çekilecek husus:

Sisteme ilişkin 3. kutup ($p=-4$) tasarımın yapıldığı baskın kutupların

$-4.64768-4.16394 \text{ ä}$, $-4.64768+4.16394 \text{ ä}$,

sağ tarafında bulunmaktadır. Ancak bu kutba yakın bir sistem sıfırı olduğu için ($z=-4$) bu kutbun (ve sistem sıfırının) zaman tanım bölgesi cevabına etkisi birbirini gidererek sınırlı kalmaktadır. Bu yüzden sonuçta elde edilen sistem yanıtı teorik olarak tasarımdan beklenenlere yakın çıkmıştır.

1.b.iv.Amaç

“4. b. .i.ii.iii.Sonucuna” dayanarak bu durumdaki sürekli hal hatasını 10 kat azaltacak bir faz

ilerlemeli-gerilemeli $F = K \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{(s + p_1)(s + p_2)}$ kontrolör tasarlayınız.

1.b.iv.Tasarım

AppendTo[\$Path,"P:\\Muhendis\\Mathematica\\macybox"];

<<Control`

Bir önceki tasarımda bulunan sıfır kutuplar kullanılarak sisteme yeni bir sıfır kutup eklenir: Böylece faz ilerlemeli gerilemeli kontrolöre ulaşılabılır.

$$z_1 = 3.9999999999999999`$$

$$p_1 = 8.295353404921142`$$

$$K = 9.576239405109936`$$

4 .

8 .29535

9 .57624

$$F = K \frac{Hs + z_1L Hs + z_2L}{Hs + p_1L Hs + p_2L}$$

$$\frac{9.57624 H4. + sL Hs + z_2L}{H8.29535 + sL Hs + p_2L}$$

Bir önceki sistemde sürekli hal hatası:

$$e_{ss1} = 0.21303282931408102`$$

0 .213033

Bu tasarımda ise sürekli hal hatası bir önceki seçenekte bulunan değerin 10 katına düşürülmeye çalışılıyor

$$e_{ss} = e_{ss1} \hat{=} 10$$

0 .0213033

Bu sürekli hal hatasını veren sistemin konum hatası

$$K_p = H1 \hat{=} e_{ss}L - 1$$

45.9411 olacaktır.

$$n_1 = 5$$

$$n_0 = 0$$

$$G_s = \frac{3.2 + n_0}{s^2 + H3.5 + 0.3n_1L s + 4 + 0.2n_0}$$
$$\frac{3.2}{4 + 5. s + s^2}$$

Açık çevrim transfer fonksiyonu:

$$L = F G_s$$

$$\frac{30.644 H4. + sL Hs + z_2L}{H8.29535 + sL H4 + 5. s + s^2L Hs + p_2L}$$

Konum hatasının tanımından hareketle $K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G_c(s)G_p(s)$

Yukarıdaki açık çevrim transfer fonksiyonunun konum hatası:

$$K_{p1} = L / .s \ 0$$

$$\frac{3.69411 z_2}{p_2}$$

0.0213033 değerinde sürekli hal hatasını veren sistemin konum hatası ile tasarlanan sistemin konum hataları eşitlenerek, yeni eklenecek kutup sıfır çifti arasında bir bağıntı elde edilebilir:

$$sol = Solve[K_{p1} - K_p \ 0]$$

$$88z_2 \quad 12.4363 p_2 <<$$

Bu bağıntıdan hareketle;

Normalde Sistemin transfer fonksiyonunun -1 ve -4'te iki kutbu vardı.

Faz ilerlemeli kontrolör ile

-8 civarında bir kutup ve -4 civarında bir sıfır eklenmişti.

Bu kontrolör ile sistemin -4 teki kutbunun etkisini -4 civarındaki sıfır götürmüştü.

Geriye -1 kalmıştı ki bu kutup baskın kutup bölgesinde kabul edildiğinden -8 ise baskın olmayan kutup bölgesine girmişti.

Yeni faz gerilemeli kontrolörde sisteme bir sıfır ve bir kutup eklenmektedir.

Sisteme eklenen sıfırı etkisizleştirmek amacı ile sistemin -1 kutbu civarına bir sıfır eklenmelidir.

O yüzen p_2 kutbu da z_2 sıfırını -1 civarına getirecek şekilde seçilmelidir.

Bu fikirden hareketle

$$p_2 = 0.08121$$

$$z_2 = 12.397344418426517 \cdot p_2$$

$$0.08121$$

$$1.00679$$

Seçildiğinde -1'in çok yakınına bir kutup eklenmiş olur.

Artık Bu değerler yerine konduğunda sırasıyla kontrolör Açık ve Kapalı çevrim transfer fonksiyonları bulunabilir:

F

$$\frac{9.57624 H1.00679 + sL H4. + sL}{H0.08121 + sL H8.29535 + sL}$$

Gs

$$\frac{3.2}{4 + 5. s + s^2}$$

L

$$\frac{30.644 H1.00679 + sL H4. + sL}{H0.08121 + sL H8.29535 + sL H4 + 5. s + s^2L}$$

PolesSISO[L]

ZerosSISO[L]

$$\{-8.29535, -4., -1., -0.08121\}$$

$$\{-4., -1.00679\}$$

```
Tfazilgeri = Together[Expand[ $\frac{L}{1+L}$ ]] EE
```

$$\frac{123.408 + 153.428 s + 30.644 s^2}{126.103 + 190.302 s + 77.2004 s^2 + 13.3766 s^3 + s^4}$$

```
pch = Denominator@TfazilgeriD
```

$$126.103 + 190.302 s + 77.2004 s^2 + 13.3766 s^3 + s^4$$

Aşağıda görüleceği üzere sistem sıfırına çok yakın bir kutup atanmıştır.

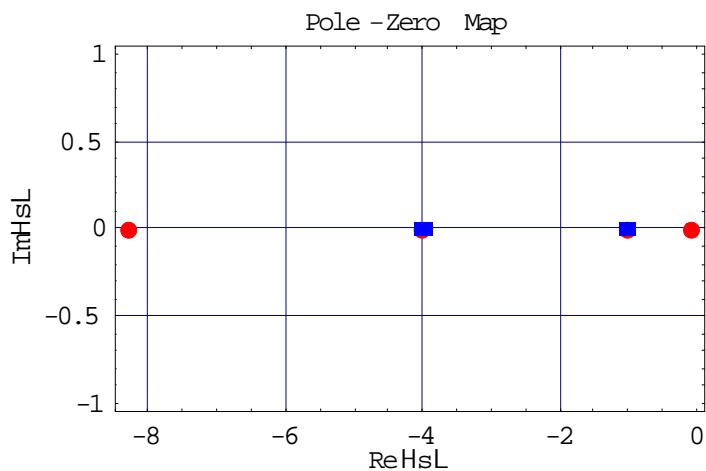
```
PolesSISO@TfazilgeriD
```

```
{-4.18393-3.70786 ä, -4.18393+3.70786 ä, -4., -1.00871}
```

```
ZerosSISO@TfazilgeriD
```

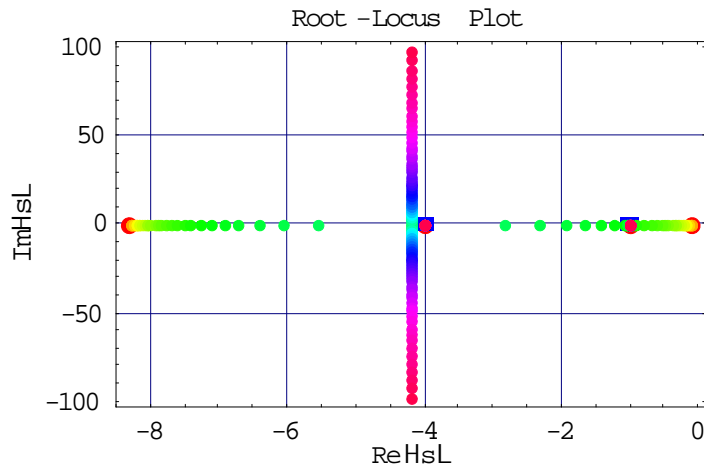
```
{-4., -1.00679}
```

```
pzml=PoleZeroMap[L]
```



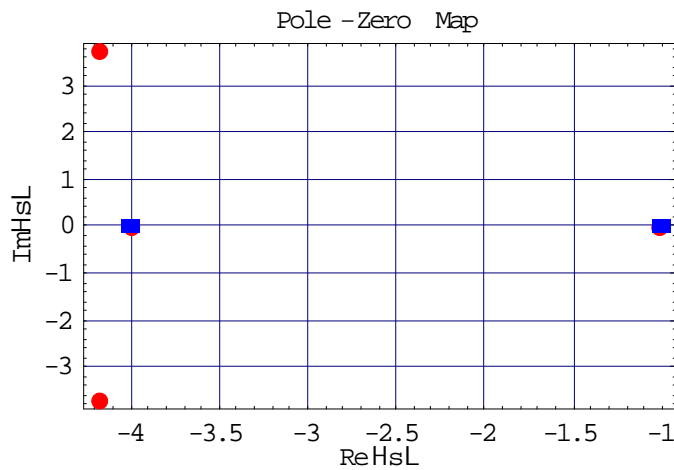
Graphics

```
rLoci=RootLoci[L,JoinGraphics {pzml}]
```



Graphics

```
pzmt = PoleZeroMap@TfazitgeriD
```



Graphics

```
TimeDomainCharacteristics@Tfazitgeri/  
ShowMessages TrueD
```

Reducing tmax to 1.14331

Settling Time (Ts) : 1.04155 sec

Overshoot Time (Tp): 0.846047 sec

Overshoot : 0.0300073

Delay Time (Td) : 0.261817 sec

Rise Time (Tr) : 0.407017 sec

{0.0300073,0.846047,1.04155,0.261817,0.407017}

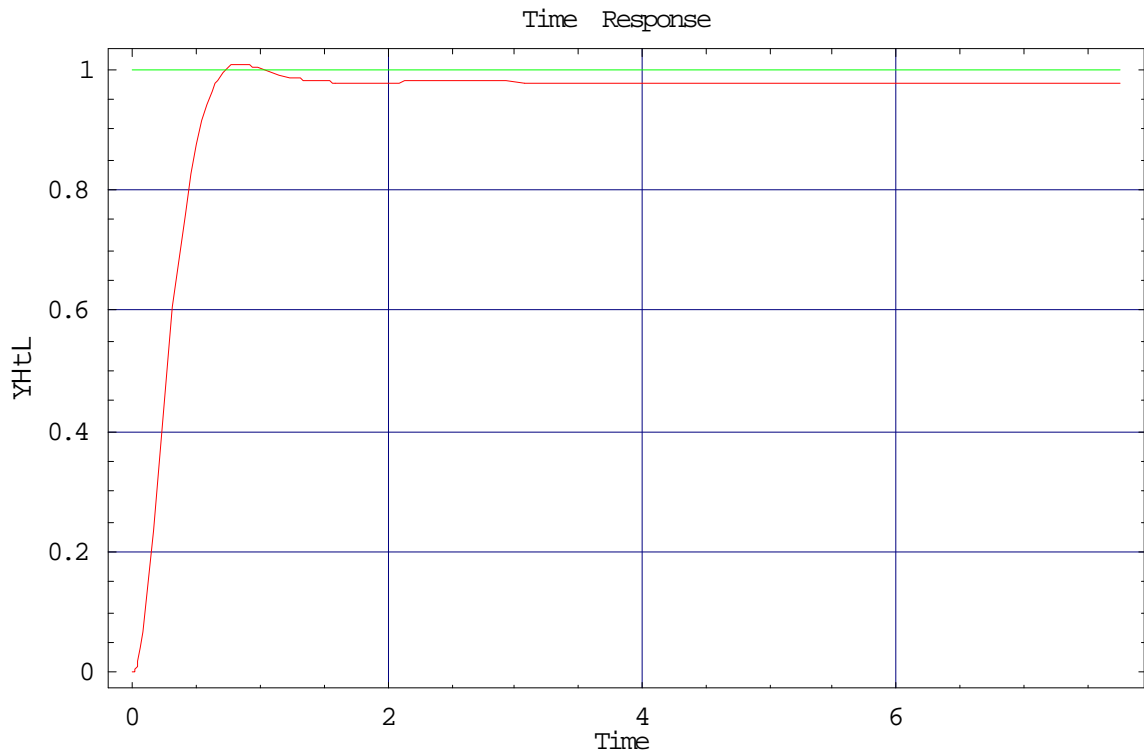
SteadyStateError@T_{fazilgeri}D

-0.0213688

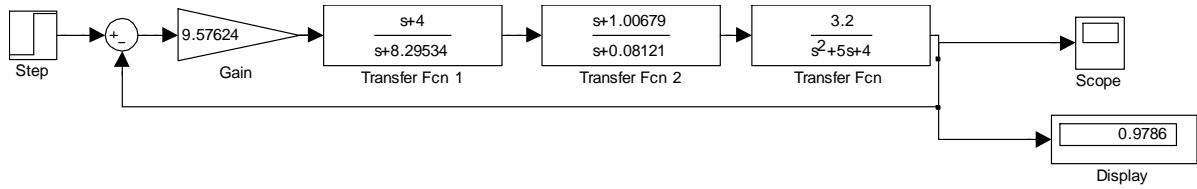
1.b.iv.Simülasyon

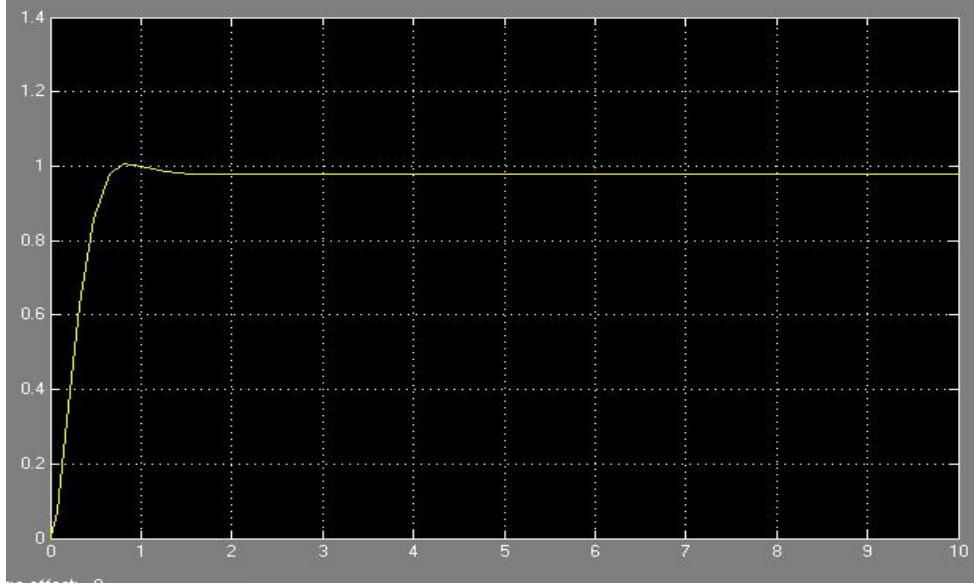
Sisteme birim basamak girişi verildiğinde

Step@T_{fazilgeri}D



Sistem Matlab'a Konduğunda





cevabı alınır

1.b.iv.Sonuç

Sonuç olarak,

İstenilen aşım %3 iken bulunan aşım $0.0300073 \cdot 100$ hesabından

% 3,00 olmuştur.

Buna karşın bir önceki sistemde yerleşme zamanı ise 0.927057 idi.

Bu tasarımda yaklaşık %11 artarak 1.04155 olarak bulunmuştur.

Yerleşme zamanının biraz fazla olmasının nedeni -1.00871’de bulunan sıfır ile -1.00679’de bulunan kutbun birbirlerinin etkilerini tamamıyla giderememelerinden kaynaklanmaktadır.

Sistemin Sürekli Hal Hatası ise

0.0213688 olarak hesaplanmıştır.

bu değer de bir önceki sistemde elde edilen değer $(0.0213688/0.213033) \cdot 100$ hesabından yaklaşık %10’u olduğu yani 1/10 katı olduğu görülebilir.

1.c.Amaç

Bir önceki şıkta istenen zaman tanım bölgesi kriterlerini (aşım ve yerleşme zamanı) sağlayan PD kontrolörünü tasarlayınız. Bu durumda gerçek aşım ve yerleşme zamanının ne olduğunu Matlab veya Mathematica kullanarak belirleyiniz ve istenen değerlere uyumunu yorumlayınız. Tasarladığınız kontrolör için kapalı çevrim sistemin birim basamak girişte sürekli hal hatası ne olmaktadır?

1.c.Tasarım

```
AppendTo[$Path, "P:\\Muhendis\\Mathematica\\macybox"];
```

```
<<Control`
```

$$n_1 = 5$$

$$n_0 = 0$$

$$G_s = \frac{3.2 + n_0}{s^2 + H3.5 + 0.3 n_1 L s + 4 + 0.2 n_0}$$

$$\frac{3.2}{4 + 5. s + s^2}$$

$$F_s = K_p + K_d s$$

$$s K_d + K_p$$

$$L_s = F_s G_s$$

$$\frac{3.2 H s K_d + K_p L}{4 + 5. s + s^2}$$

$$T_{PD} = \text{Together} \text{Expand} \frac{L_s}{1 + L_s} \text{EE}$$

$$\frac{3.2 s K_d + 3.2 K_p}{4. + 5. s + s^2 + 3.2 s K_d + 3.2 K_p}$$

$$p_{PD} = \text{Denominator} @ T_{PD} D$$

$$4. + 5. s + s^2 + 3.2 s K_d + 3.2 K_p$$

$$A_{sim} = 0.03;$$

$$\text{desired} = \frac{-\text{Log@AsimD}}{e^{2 + \text{Log@AsimD}^2}}$$

0.744804

SettlingTime= 1.7212901223883845`

1.72129

targetSettlingTime=SettlingTime/2

0.860645

$$w_{\text{desired}} = \frac{4}{\text{desired targetSettlingTime}}$$

6.24014

$pds = s^2 + 2 w_n s + w_n^2 \hat{e} \cdot 8$ desired, w_n $w_{\text{desired}} <$

38.9393 + 9.29535 s + s²

clst1 = CoefficientList@p_{PD}, s_D

84. + 3.2 K_p, 5. + 3.2 K_d, 1 <

clst2=CoefficientList[pds,s]

{38.9393,9.29535,1}

sol = Solve@clst1 clst2, 8K_p, K_d<D

88K_d 1.3423, K_p 10.9185<<

Fsfix=Fs/.sol[[1]]

10.9185 +1.3423 s

Solve[Fsfix 0]

{{s -8.13421}}

AchievedL=Ls/.sol[[1]]

$$\frac{3.2 H 10.9185 + 1.3423 s L}{4 + 5. s + s^2}$$

PolesSISO[AchievedL]

{-4., -1.}

ZerosSISO[AchievedL]

{-8.13421}

AchievedTs2 = T_{PD} ê . sol@@1DD

$$\frac{34.9393 + 4.29535 s}{38.9393 + 9.29535 s + s^2}$$

poles=PolesSISO[AchievedTs2]

{-4.64768-4.16394 ä, -4.64768+4.16394 ä}

ZerosSISO[AchievedTs2]

{-8.13421}

TimeDomainCharacteristics[AchievedTs2, ShowMessages True]

Reducing tmax to 0.911073

Settling Time (Ts) : 0.828166 sec

Overshoot Time (Tp): 0.544822 sec

Overshoot : 0.0531135

Delay Time (Td) : 0.11844 sec

Rise Time (Tr) : 0.257834 sec

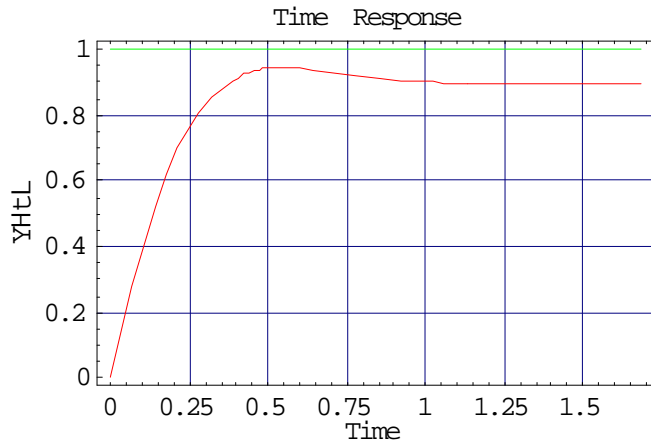
{0.0531135, 0.544822, 0.828166, 0.11844, 0.257834}

SteadyStateError[AchievedTs2]

-0.102724

1.c.Simülasyon

Step[AchievedTs2]



GraphicsArray

1.c.Sonuç

Sonuç olarak,

Yerleşme zamanı ise b şıkında elde edilen zamanın yarısı yani 0.860645 istenmişti.

Buna karşın yerleşme zamanı

0.828166 saniye

Bulunan bu değer ise istenen değer %96'sıdır.

Aşım ise %3 olarak istenmişti ancak

%5.3 bulundu.

Bu sonuç beklenenden hayli fazladır. Bunun sebebi ise -8 civarındaki sıfırın etkisini giderecek bir etkenin olmamasıdır.

Sistemin Sürekli Hal Hatası ise

0.102724 olarak hesaplanmıştır.

A seçeneğinde Sürekli Hal Hatası 0.355029 çıkmıştı. Bu kontrolör yapısı ile Türev etkeninin hataya karşı duyarlı olduğu ve onu azaltacak yönde çalıştığı söylenebilir.

1.d.Amaç

c şıkında tasarladığınız PD kontrolörden yola çıkarak sürekli hal hatasını yok edecek şekilde bir PID kontrolör tasarlayınız. Tasarladığınız kontrolör için kapalı çevrim sistemin aşım ve yerleşme zamanının ne olduğunu Matlab veya Mathematica kullanarak belirleyiniz ve istenen değerlere uygunluklarını yorumlayınız.

1.d.Tasarım

PD kontrolör aracılığı ile sistemde $\{-8.13421\}$ noktasına bir sıfır konmuştu.

Bir PID kontrolcü $s=0$ noktasına bir kutup koyar. Ayrıca iki adet sıfır getirir.

Bir önceki seçenekte bu sıfırlardan birinin $\{-8.13421\}$ olduğu görülebilir.

Bu takdirde PID Kontrolörü yüzünden eklenecek ikinci sıfırın, yine onun getirdiği $s=0$ 'daki kutbun etkisini giderecek şekilde konması gerekir.

$F(s) = K_p + K_D s$ kontrolörünün kökü -8 idi.

$F(s) = K_p + K_D s + \frac{K_i}{s}$ kontrolörünün köklerinden biri de bu civarda bir sıfır koymalı.

8.134 konduğunda ilk kısım $K_p + K_D s$ sıfırlanacak ama o takdirde

$F(-8.13421) = K_p + K_D (-8.13421) + \frac{K_i}{-8.13421}$ gibi bir sonuç elde edilecek ve kontrolör sıfırına

ulaşamayacak, çünkü bu kontrolörün ilk iki terimi bu değerde sıfırlanırken, üçüncü terim $\frac{K_i}{-8.13421}$ eksi yönde bir ötelemeye neden olur. O halde bu negatif ötelemenin bir pozitif

öteleme ile giderilmesi gerekir ki $F(s)$ sıfır olsun ve böylece kontrolörün sıfırları

bulunabilsin. Bu da şu anlama gelir: $K_p + K_D s$ ifadesinin sıfır değil de pozitif bir değer

almalıdır. Bu yüzden Kontrolör sıfırının -8 de değil de ona nazaran genlik olarak daha küçük bir sayı civarında yer alması beklenir. Örneğin -7.6 civarı... Böylece K_p terimi $K_D s$

teriminden büyük olacak ve bu pozitif fark, $\frac{K_i}{s}$ teriminin getirdiği negatif farkı sıfırlayacak.

```
AppendTo[$Path, "P:\Muhendis\Mathematica\mcsybox"];
```

```
<<Control`
```

Kontrolör yapısı,

$$Fs = \text{Together}[\text{Expand}[K_p + K_D s + \frac{K_i}{s}]]$$

$$\frac{s^2 K_d + K_i + s K_p}{s}$$

Kontrolörün sıfırlarına bakılırsa,

Fsn=Numerator[Fs]

$$s^2 K_d + K_i + s K_p$$

Solve[Fsn 0, {s}]

Şeklinde iki kutbunun olduğu görülür, Bu kutuplardan biri -8 civarında(yukarıda bahsedildiği üzere mutlak değerce -8'den biraz küçük) olsun. Diğer kök de yani kontrolör sıfırı da daha önce söylendiği üzere sistem kutbunun etkisini gidermek için kullanılacak.

$$:: s \frac{-K_p - \sqrt{4 K_d K_i + K_p^2}}{2 K_d} >, : s \frac{-K_p + \sqrt{4 K_d K_i + K_p^2}}{2 K_d} >>$$

$$f = \frac{-K_p - \sqrt{4 K_d K_i + K_p^2}}{2 K_d} - H - 7.619L$$

$$7.619 + \frac{-K_p - \sqrt{4 K_d K_i + K_p^2}}{2 K_d}$$

sol=Solve[f 0]

$$88K_i \quad 1. \times 10^{-6} H - 5.80492 \times 10^7 K_d + 7.619 \times 10^6 K_p L <<$$

Böylece integral katsayısı diğer katsayılar cinsinden ifade edilebildi.

Buradan Kontrolör ve Açık, Kapalı çevrim transfer fonksiyonları düzenlenirse

Fsyeni=Fs/.sol[[1]]

$$\frac{s^2 K_d + s K_p + 1. \times 10^{-6} H - 5.80492 \times 10^7 K_d + 7.619 \times 10^6 K_p L}{s}$$

$$n_1 = 5$$

$$n_0 = 0$$

$$G_s = \frac{3.2 + n_0}{s^2 + H 3.5 + 0.3 n_1 L s + 4 + 0.2 n_0}$$

$$\frac{3.2}{4 + 5. s + s^2}$$

Ls=G_s Fsyeni

$$H3.2 Hs^2 K_d + s K_p + 1. \times 10^{-6} H - 5.80492 \times 10^7 K_d + 7.619 \times 10^6 K_p LLL$$

$$Hs H4 + 5. s + s^2 LL$$

$$T_{p1d} = \text{Together} A \frac{Ls}{1 + Ls} E$$

$$H - 185.757 K_d + 3.2 s^2 K_d + 24.3808 K_p + 3.2 s K_p L$$

$$H4. s + 5. s^2 + s^3 - 185.757 K_d + 3.2 s^2 K_d + 24.3808 K_p + 3.2 s K_p L$$

Pp1d=Denominator [Tp1d]

$$4. s + 5. s^2 + s^3 - 185.757 K_d + 3.2 s^2 K_d + 24.3808 K_p + 3.2 s K_p$$

Tasarım kriterlerine göre oluşturulacak Karakteristik polinom aşağıdaki değerlerden hareketle bulunur.

Asim=0.03;

$$\text{desired} = \frac{-\text{Log}@AsimD}{e^{2 + \text{Log}@AsimD^2}}$$

0.744804

SettlingTime= 1.7212901223883845`

1.72129

targetSettlingTime=SettlingTime/2

0.860645

$$w_{\text{desired}} = \frac{4}{\text{desired targetSettlingTime}}$$

6.24014

Tasarlanan karakteristik polinom ile kapalı çevrim sistemin karakteristik polinomu arasında mertebeye farkı olduğundan

$$pds = s^2 + 2 w_n s + w_n^2 \hat{e}. 8 \quad \text{desired, } w_n \quad wdesired <$$

$$38.9393 + 9.29535 s + s^2$$

“residue” polinomu aşağıdaki gibi olsun:

$$pes = s + a$$

$$a + s$$

Tasarıma uygun karakteristik polinom:

$$pds2 = \text{Expand}[pds \text{ pes}]$$

$$38.9393 a + 38.9393 s + 9.29535 a s + 9.29535 s^2 + a s^2 + s^3$$

Tasarıma uygun karakteristik polinom ile kapalı çevrim transfer fonksiyonunun karakteristik polinomunun katsayıları eşitlenip denklem çözülürse:

$$clst1 = \text{CoefficientList}[Pp1d, s]$$

$$8 - 185.757 K_d + 24.3808 K_p, 4. + 3.2 K_p, 5. + 3.2 K_d, 1 <$$

$$clst2 = \text{CoefficientList}[pds2, s]$$

$$\{38.9393 a, 38.9393 + 9.29535 a, 9.29535 + a, 1\}$$

$$sol2 = \text{Solve}[clst1 \text{ clst2}]$$

$$88a \quad 0.644357, K_d \quad 1.54366, K_p \quad 12.7903 <<$$

Çıkacaktır. Böylece eklenen kutbun sıfır civarında olduğu görülebilir.

Bu noktadan hareketle K_p, K_d, K_i ifadeleri yerlerine konursa:

Fs

$$\frac{s^2 K_d + K_i + s K_p}{s}$$

$$K_i = 0.0001 \hat{H} - 660969. \hat{K}_d + 81300. \hat{K}_p \hat{L} \hat{e}. sol2@@1DD$$

$$1.95374$$

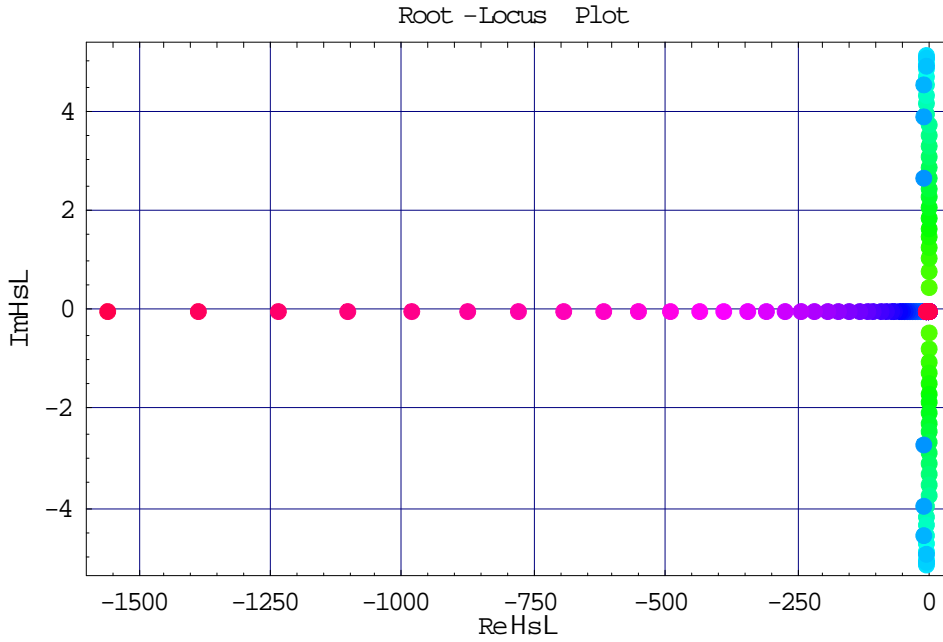
$$Fsyeni / .sol2[[1]]$$

$$\frac{7.84089 + 12.7903 s + 1.54366 s^2}{s}$$

LT=Ls/.sol2[[1]]

$$\frac{3.2H7.84089 + 12.7903 s + 1.54366 s^2L}{sH4 + 5. s + s^2L}$$

RootLoci[LT]



Graphics

Kapalı çevrim transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi çıkar:

AT=Tp1d/.sol2[[1]]

$$\frac{25.0908 + 40.9288 s + 4.93971 s^2}{25.0908 + 44.9288 s + 9.93971 s^2 + s^3}$$

Kapalı çevrim transfer fonksiyonlarının sıfır ve kutupları:

PolesZeros[AT]

{{{-4.64768-4.16394 ä, -4.64768+4.16394 ä, -0.644357}}, {-7.619, -0.666677}}

Görüldüğü üzere -7.619'da baskın kutuplara göre etkisi daha az olan bir sıfır elde edildi.

Yine -7.619'daki kutup sayesinde kontrolörün sıfırının etkisini giderebilecek bir kutbun o bölgeye geldi.

Bu sonuca bakıldığında kontrolör sıfırlarından biri(-0.666677) sistemin sıfır civarındaki kutbu sayesinde(-0.644357) etkisiz hale geliyor.

Geriye iki adet baskın kutup ile bunlara belirli mesafede bir sıfır kalıyor. Bu takdirde kontrolörün tasarım kriterlerinden aşımı sağlanmasını, yerleşme zamanına ise yaklaşması beklenir.

Sisteme bir integrator eklendiği için de sürekli hal hatasının sıfır olması gerekir.

Zaman Bölgesi karakteristiğine bakıldığında bu tahminlerin doğru olduğu görülebilir.

TimeDomainCharacteristics[AT,ShowMessages True]

Reducing tmax to 0.721259

Settling Time (Ts) : 0.659231 sec

Overshoot Time (Tp): 0.534453 sec

Overshoot : 0.0305389

Delay Time (Td) : 0.116844 sec

Rise Time (Tr) : 0.264702 sec

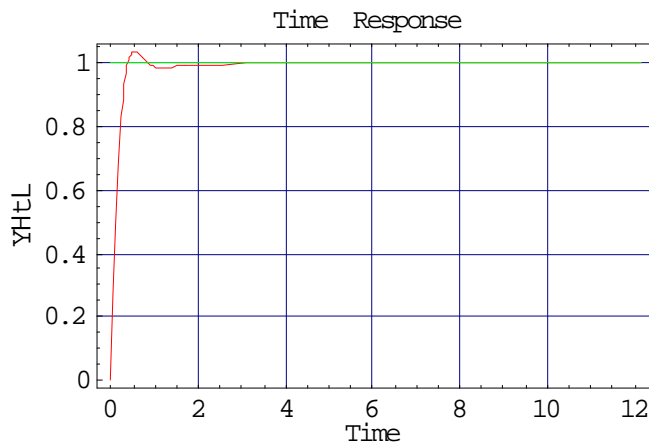
{0.0305389,0.534453,0.659231,0.116844,0.264702}

SteadyStateError[AT]

0.

1.d.Simülasyon

Step[AT]



GraphicsArray

1.d.Sonuç

Sonuç olarak,

İstenilen aşım %3 iken bulunan aşım $0.0305389*100$ hesabından

% 3,05 olmuştur.

Buna karşın yerleşme zamanı ise 0.860645 verilmişken

0.659231 olarak bulunmuştur.

Sisteme bir integrator eklendiği için de geçmiş hata değerlerine dayanarak bir sonraki zamanda daha az hata yapıldığından sistem PD kontrolcüye göre daha hızlı oturmuştur.

Sistemin Sürekli Hal Hatası ise

0 bulunmuştur.

Sisteme bir integrator eklendiği için de sürekli hal hatasının sıfırdır.

2.1.Amaç

Sistem transfer fonksiyonunun $G_s = \frac{3.2 + n_0}{Hs^2 + H3.5 + 0.3n_1L s + 4 + 0.2n_0L H0.01 s + 1L}$

olduğunu varsayarak PID kontrolör katsayılarını Ziegler-Nichols (osilasyon) yöntemiyle belirleyiniz. Bulduğunuz kontrolör için birim basamak cevabı nasıl olmaktadır? (Matlab veya Mathematica kullanarak aşım ve yerleşme zamanı kriterlerini belirleyiniz). Bu sisteme 1. sorunun d şikkında bulduğunuz PID kontrolörü uygularsanız birim basamak cevabı nasıl olmaktadır? Birim basamak cevaplarına bakarak iki kontrolörün başarımlarını karşılaştırınız. Sonuç olarak verilen sistemi kontrol etmek için hangi kontrolörü kullanırdınız?

2.2.Tasarım

```
AppendTo[$Path, "P:\Muhendis\Mathematica\macsybox"];
```

```
<<Control`
```

$$n_1 = 5$$

$$n_0 = 0$$

Sistemin transfer fonksiyonu:

$$G_s = \frac{3.2 + n_0}{Hs^2 + H3.5 + 0.3n_1L s + 4 + 0.2n_0L H0.01 s + 1L}$$
$$\frac{3.2}{H1 + 0.01 sL H4 + 5. s + s^2L}$$

Ziegler-Nichols için Sistem küçük bir kazanç ile kapalı çevrime alınmalı:

$$F=K$$

$$K$$

$$L=G_s K$$

$$\frac{3.2 K}{H1 + 0.01 sL H4 + 5. s + s^2L}$$

Buradan Kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T = \text{Together} \text{Expand} \frac{L}{1 + L} EE$$

$$\frac{3.2K}{4. + 3.2K + 5.04s + 1.05s^2 + 0.01s^3}$$

Kapalı çevrim transfer fonksiyonuna ait karakteristik polinom

`pcs=Denominator[T]`

$$4. + 3.2K + 5.04s + 1.05s^2 + 0.01s^3$$

Bu polinomun kararlılık analizi yapılacak olursa:

`rtblnichols=RouthTabulation[pcs]`

$$: 0.01, 1.05, 5.0019 - 0.0304762K, \\ - \frac{0.0975238H - 164.125 + KL}{5.0019 - 0.0304762K} >$$

`Map[(#>0)&,rtblnichols]`

$$: True, True, 5.0019 - 0.0304762K > 0, \\ - \frac{0.0975238H - 164.125 + KL}{5.0019 - 0.0304762K} > 0 >$$

`cond=Apply[And,Map[(#>0)&,rtblnichols]]`

$$5.0019 - 0.0304762K > 0 \&\& \\ - \frac{0.0975238H - 164.125 + KL}{5.0019 - 0.0304762K} > 0$$

`Reduce[cond]`

$$-1.25 < K < 164.125$$

-1.25 < K < 164.125 değerleri arasında olmalıdır. Sistemin kazancının tam 164.125 olduğu değerde sistem kararsızdır. Bu kararsızlık değerinde doğal frekansı bulunacak olursa:

`pcsNichols=pcs/.K 164.125`

$$529.2 + 5.04s + 1.05s^2 + 0.01s^3$$

`s1=Solve[pcsNichols 0]`

$$88s - 105.<, 8s - 4.14939 \times 10^{-17} - 22.4499 \ddot{a}<, \\ 8s - 4.14939 \times 10^{-17} + 22.4499 \ddot{a}<<$$

$$K_C = 164.125$$

$$164.125$$

Sistemin kararsız olduğu noktada doğal frekansı:

$$w_C = 22.449$$

$$22.449$$

Buradan Ziegler-Nichols tablosuna bakılarak katsayılar hesaplanmaya başlanır:

$$P_C = \frac{2}{w_C}$$

$$0.279887$$

$$K_P = 0.6 K_C$$

$$98.475$$

$$T_r = 0.5 P_C$$

$$0.139944$$

$$T_d = \frac{P_C}{8}$$

$$0.0349859$$

Tüm bu katsayılardan hareketle Kontrolör denklemi aşağıdaki eşitliğe göre

$$G_{Nichols} = K_P \left[1 + \frac{1}{T_r s} + T_d s \right]$$
$$98.475 + \frac{703.677}{s} + 3.44524 s$$

Şeklinde çıkacaktır.

Ziegler-Nichols katsayılarından hareketle elde edilen açık ve kapalı transfer fonksiyonları:

G_s

$$\frac{3.2}{H1 + 0.01 sL H4 + 5. s + s^2L}$$

LNichols=Gs FNichols

$$\frac{3.2 | 98.475 + \frac{703.677}{s} + 3.44524 sM}{H1 + 0.01 sL H4 + 5. s + s^2L}$$

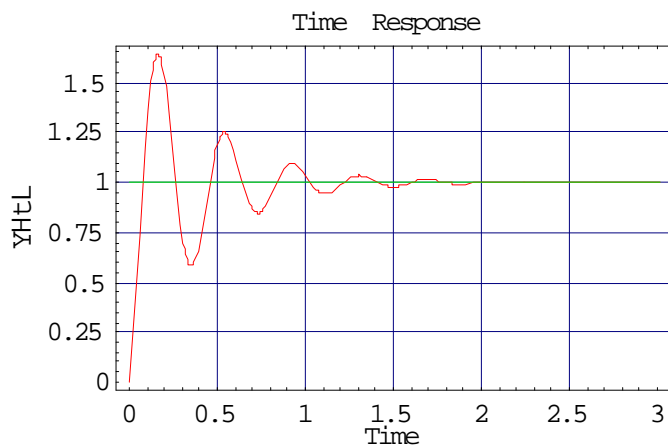
TNichols = TogetherExpandA $\frac{\text{LNichols}}{1 + \text{LNichols}}$ **EE**

$$\frac{2251.77 + 315.12 s + 11.0248 s^2}{2251.77 + 319.12 s + 16.0648 s^2 + 1.05 s^3 + 0.01 s^4}$$

çıkacaktır.

Bu transfer fonksiyonunun birim basamak girişine tepkisi aşağıdaki gibidir:

Step[TNichols]



TimeDomainCharacteristics[TNichols, ShowMessages True]

Settling Time (Ts) : 1.51467 sec

Overshoot Time (Tp): 0.159916 sec

Overshoot : 0.642757

Delay Time (Td) : 0.0482765 sec

Rise Time (Tr) : 0.054311 sec

{0.642757, 0.159916, 1.51467, 0.0482765, 0.054311}

Bir önceki seçenekte “1.d.Tasarım” seçeneğinde elde edilen kontrolör kullanıldığında ise

$$F_{PID} = \frac{1}{s} \left(7.8408852160833025 + 12.790264945564488 s + 1.5436595785453735 s^2 \right)$$

$$\frac{7.84089 + 12.7903 s + 1.54366 s^2}{s}$$

Sisteme ait açık ve kapalı transfer fonksiyonları aşağıdaki gibi olacaktır:

$$L_{PID} = Gs F_{PID}$$

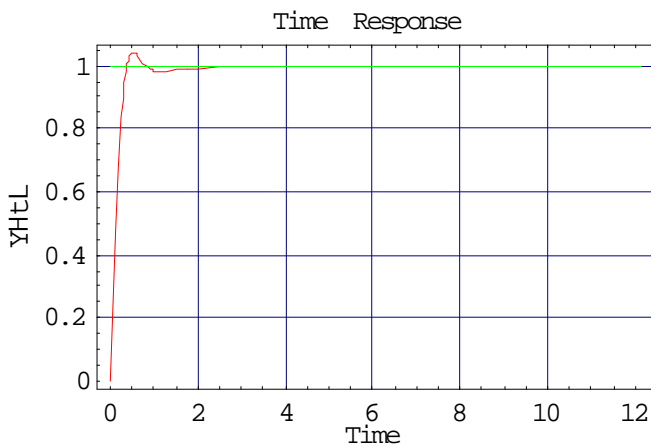
$$\frac{3.2H7.84089 + 12.7903 s + 1.54366 s^2L}{H1 + 0.01 sL s H4 + 5. s + s^2L}$$

$$T_{PID} = \text{Together} \left(\text{Expand} \left(\frac{L_{PID}}{1 + L_{PID}} \right) \right)$$

$$\frac{25.0908 + 40.9288 s + 4.93971 s^2}{25.0908 + 44.9288 s + 9.97971 s^2 + 1.05 s^3 + 0.01 s^4}$$

Buna göre elde edilen kapalı çevrim transfer fonksiyonunun birim basamak cevabı ise aşağıdaki gibidir:

Step@T_{PID}



Yine “1.d.Tasarım” sonuçlarına göre zaman bölgesi karakteristiği aşağıdaki gibi olacaktır.

TimeDomainCharacteristics@T_{PID}, ShowMessages True

Reducing tmax to 0.734446

Settling Time (Ts) : 0.676425 sec

Overshoot Time (Tp): 0.513378 sec

Overshoot : 0.039457

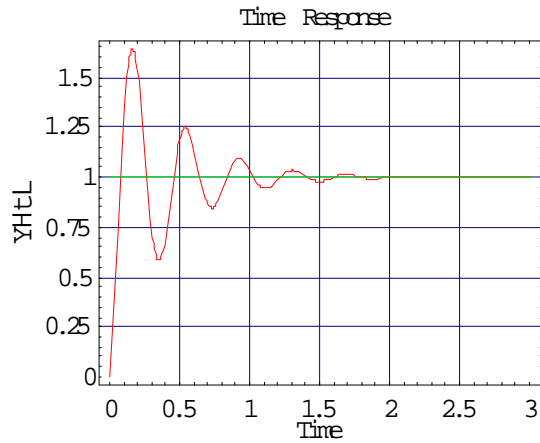
Delay Time (Td) : 0.121918 sec

Rise Time (Tr) : 0.247508 sec

{0.039457,0.513378,0.676425,0.121918,0.247508}

2.3.Simülasyon

Step[TNichols]



TimeDomainCharacteristics[TNichols, ShowMessages True]

Settling Time (T_s) : 1.51467 sec

Overshoot Time (T_p): 0.159916 sec

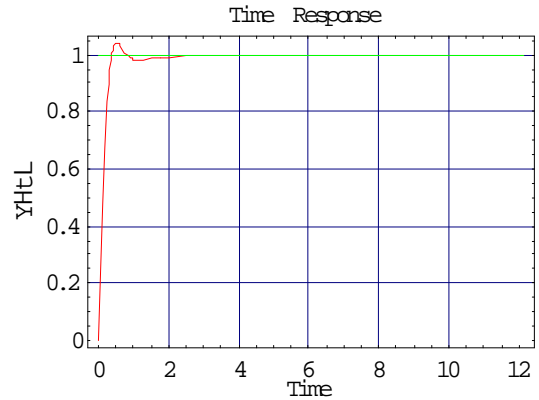
Overshoot : 0.642757

Delay Time (T_d) : 0.0482765 sec

Rise Time (T_r) : 0.054311 sec

{0.642757,0.159916,1.51467,0.0482765,0.054311}

Step[T_{PID}]



TimeDomainCharacteristics

[T_{PID}, ShowMessages True]

Settling Time (T_s) : 0.676425 sec

Overshoot Time (T_p): 0.513378 sec

Overshoot : 0.039457

Delay Time (T_d) : 0.121918 sec

Rise Time (T_r) : 0.247508 sec

{0.039457,0.513378,0.676425,0.121918,0.247508}

2.4.Sonuç

Sonuç olarak iki sistem karşılaştırıldığında Ziegler-Nichols ile ayarlanan katsayıların önceki PID tasarımına göre("1.d.Tasarım" bölümünde bulunan Kontrolör) çok daha olumsuz sonuçlar verdiği görülebilir.

Ziegler- Nichols birim basamak cevabı ile önceki PID birim basamak cevabı ve zaman bölgesi karakteristiğine göre;

Ziegler- Nichols, önceki PID tasarımının yaklaşık 3 katı yerleşme zamanı

ve önceki PID tasarımının yaklaşık 20 katı aşım oluşturur.

Buna göre bu iki tasarım karşılaştırıldığında önceki PID tasarımının çok daha olumlu sonuçlar verdiği anlaşılmaktadır.

Verilen sistemi kontrol etmek için en akılcı seçim önceki PID tasarımını kullanmak olacaktır.